

साहचर्य और गैर-साहचर्य बीजगणितीय व्युत्पत्ति

Sandeep Kumar Namdeo^{1*}, Dr. Birendra Kumar Chauhan²

¹ Research Scholar, Shri Krishna University, Chhatarpur M.P.

² Associate Professor, Shri Krishna University, Chhatarpur M.P.

सार - भौतिकी, ज्यामिति और बीजगणितीय टोपोलॉजी से नई गैर-साहचर्य संरचनाएं सामने आई हैं, जैसे कि सुपरलेजेब्रस, कोलजेब्रा, जोड़े और ट्रिपल सिस्टम। विशुद्ध रूप से बीजगणितीय दृष्टिकोण से ये संरचनाएँ दिलचस्प साबित हुईं; उन्होंने नवीन विचारों और विधियों का निर्माण किया जिससे कुछ पुरानी बीजगणितीय समस्याओं को हल करने में मदद मिली। दूसरी ओर, गैर-साहचर्य बीजगणित के मुख्य वर्गों के सिद्धांत, अर्थात्, वैकल्पिक, जॉर्डन और मालसेव बीजगणित, विशेष रूप से अनंत आयामी मामले में पूरा होने से दूर हैं। व्युत्पत्ति वाले छल्ले उस तरह के विषय नहीं हैं जो जबरदस्त क्रांतियों से गुजरते हैं। हालांकि, पिछले 50 वर्षों में कई लेखकों द्वारा इसका अध्ययन किया गया है, विशेष रूप से व्युत्पत्तियों और छल्ले की संरचना के बीच संबंध। एक नक्शा $D: R \rightarrow R$ एक वलय आर की व्युत्पत्ति है यदि D योगात्मक है और लीबनिट्ज के नियम को संतुष्ट करता है; $D(ab) = D(a)b + aD(b)$, सभी के लिए $a, b \in R$ । एक साधारण उदाहरण निश्चित रूप से अलग-अलग कार्यों वाले विभिन्न बीजगणितों पर सामान्य व्युत्पन्न है। व्युत्पत्ति के साथ वलय की धारणा काफी पुरानी है और विश्लेषण, बीजगणितीय ज्यामिति और बीजगणित के एकीकरण में महत्वपूर्ण भूमिका निभाती है।

कीवर्ड - साहचर्य, गैर-साहचर्य, बीजगणित, व्युत्पत्ति

-----X-----

1. परिचय

रिंग थ्योरी निर्णय प्रमाणन का एक शोपीस है, जो विषय की कई फाइलों को एक साथ लाता है और काफी ऐतिहासिक और भ्रांतिपूर्ण महत्व के अध्ययन के लिए एक शक्तिशाली मशीन बनाता है। गैर-साहचर्य बीजगणित के सिद्धांत ने हाल के वर्षों में नए तेज विकास देखे हैं। भौतिकी, ज्यामिति और बीजगणितीय टोपोलॉजी से नए गैर-सहयोगी टोपोलॉजी सामने आए हैं, जैसे कि सुपरलेजेब्रस, कोलजेब्रा, जोड़े और हिप सिस्टम। विशुद्ध रूप से बीजगणितीय दृष्टिकोण से ये संरचनाएँ दिलचस्प सिद्ध हुईं; उन्होंने नए विचार और कदम का निर्माण किया जिससे कुछ पुराने बीजगणितीय को हल करने में मदद मिली। ये नए आधारभूत संरचना सिद्धांत अभी भी एक प्रारंभिक चरण में हैं और कई अनसुलझी संबंधी एक परिमित मामले में भी बने हुए हैं। दूसरी ओर, गैर-साहचर्य बीजगणित के मुख्य चिह्न के सिद्धांत, अर्थात्, वैकल्पिक, जॉर्डन और मालसेव बीजगणित, विशेष रूप से अनंत मामले में पूरे होने से दूर हैं। व्युत्पत्ति वाले उस तरह के विषय नहीं हैं जो क्रांति जबरदस्ती से प्रभावहीन हैं। हालांकि, पिछले 50 वर्षों में कई लेखकों द्वारा इसका अध्ययन किया गया है, विशेष रूप से रूपांकनों और टाइप की संरचना के बीच संबंध। [1]

एक व्युत्पत्ति पर एक विशेष व्यवहार के आरोपण से एक अंगूठी की संरचना बहुत कसकर निर्धारित होती है। अर्थात्, उन्होंने गैर व्युत्पत्ति शून्य-D वाले सेमीप्राइम वलय R को वर्गीकृत किया जैसे कि $D(x)$ या तो 0 है या सभी $x \in R$ के लिए व्युत्क्रमणीय है। उन्होंने सिद्ध किया कि R या तो एक विभाजन वलय है या एक पर 2×2 आव्यूह का वलय है। विभाजन की अंगूठी। बाद में, 1988 में, बर्गन और कैरिनी ने यह मानते हुए समान निष्कर्ष प्राप्त किया कि $D(x) = 0$ है या R के कुछ गैर सभी में आदर्श लाई केन्द्रीय- x के लिए केवल व्युत्क्रमणीय है। 1993 में, ली ने अधिक सामान्य स्थिति का अध्ययन करके इस परिणाम को बढ़ाया जब $D(f(x_1, \dots, x_t))$ R में सभी के लिए या तो 0 या व्युत्क्रमणीय है, जहां $f(x_1, \dots, x_t)$ एक बहुरेखीय बहुपद है जिसका R पर केन्द्रीय मान नहीं है।

2. परिभाषा

हम कुछ बीजगणितीय अवधारणाओं की कुछ बुनियादी परिभाषाएँ देते हैं जो हमारे काम के लिए अपरिहार्य हैं।

i. साहचर्य अंगूठी

एक बीजगणितीय प्रणाली जिसमें दो द्विआधारी संक्रियाएँ योग '+' और गुणा '.' हैं, जैसे कि

i. तत्व '+' के अंतर्गत एक आबेली समूह और गुणन '.' के अंतर्गत अर्ध समूह बनाते हैं।

ii. गुणन '.' दाईं ओर और साथ ही बाईं ओर अतिरिक्त '+' पर वितरण है, इसे एक साहचर्य वलय या लघु अवधि में केवल वलय कहा जाता है जबकि एक गैर वलय संयोगी-R एक योगात्मक समूह है जिसमें एक गुणन को वितरण कानूनों द्वारा परिभाषित किया जाता है बायीं और दायीं ओर अतिरिक्त योग।[2]

ii. गैर- साहचर्य बीजगणित

मान ने प्रेरित किया कि एक क्षेत्र F पर एक सदिश स्थान है। हम कहें कि एक गैर- साहचर्य बीजगणित है यदि और केवल यदि एक परिभाषा गुण है, जिसे निरूपित किया गया है

xy for $x, y \in A$ ऐसा है कि

$(x + y)z = xz + yz, z(x + y) = zx + zy$, A में सभी x, y, z के लिए।

एक गैर-साहचर्य बीजगणित एक साहचर्य बीजगणित से भिन्न होता है जिसमें गुणन को अब साहचर्य नहीं माना जाता है। एक बीजगणित A के गैर-साहचर्य होने के कारण, हमारा मतलब है कि A आवश्यक रूप से साहचर्य नहीं है। अर्थात्, हम A में सभी x, y, z के लिए $(xy)z = x(yz)$ को एक अभिगृहीत के रूप में नहीं मानते हैं। हालांकि, इसका मतलब यह नहीं है कि ए में तत्व x, y, z हमेशा मौजूद होते हैं जैसे कि $(xy)z = x(yz)$ । गैर- साहचर्य बीजगणित के प्रसिद्ध उदाहरण वैकल्पिक बीजगणित हैं, जॉर्डन बीजगणित जो नीचे परिभाषित किए गए हैं।

iii. वैकल्पिक बीजगणित

एक वैकल्पिक बीजगणित A एक बीजगणित है जिसमें $(xx)y = x(xy)$, $y(xx) = (yx)x$, A में सभी x, y के लिए। इन समीकरणों को क्रमशः बाएं और दाएं वैकल्पिक कानून के रूप में जाना जाता है।

iv. शक्ति साहचर्य बीजगणित

यह सर्वविदित है कि यदि $K = 2, 3, 5$ - मरोड़ मुक्त है तो शक्ति यदि केवल और यदि है सहयोगी- $u^2 u^2 = u^4$

किसी भी u के लिए Φ में है।

3. गैर-साहचर्य बीजगणित

माना कि F एक क्षेत्र है। एफ तात्पर्य हमारा से ए बीजगणित- नहीं जरूरी) एक जो है से स्पेस वेक्टर-एफ आयामी-परिमित एक मैप बिलिनियर (साहचर्य कि $A \times A \rightarrow A$ से लैस है जो बीजगणित का गुणन है। $x, y, z \in A$ का साहचर्य इस प्रकार परिभाषित है

$$[x, y, z] := (xy)z - x(yz)$$

तब A के केंद्र को समुच्चय के रूप में परिभाषित किया जाता है

$$Nuc(A) := \{x \in A \mid [x, A, A] = [A, x, A] = [A, A, x] = 0\}$$

यह A (जो शून्य हो सकता है उप साहचर्य एक का () पास हमारे और है बीजगणित $xyz = x(yz)$ है यदि x, y या z में से एक $Nuc(A)$ से संबंधित है। बाएं, दाएं और मध्य नाभिक को क्रमशः $Nucl(A)$, $Nucr(A)$ और $Nucm(A)$ के रूप में परिभाषित किया जा सकता है, उन तत्वों के सेट के रूप में जिनके संबंधित सहयोगी गायब हो जाते हैं, उदाहरण के लिए बाएं नाभिक के रूप में दिया जाता है $Nuc_l(A) := \{x \in A \mid [x, A, A] = 0\}$ । इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि नाभिक बाएं, दाएं और मध्य नाभिकों का प्रतिच्छेदन है। A का कम्प्यूटर उन तत्वों का समूह है जो हर दूसरे तत्व के साथ आवागमन करते हैं,

$$Comm(A) := \{x \in A \mid xy = yx \text{ for all } y \in A\}$$

केंद्र को $Nuc(A)$ और $Comm(A)$ के प्रतिच्छेदन द्वारा दिया जाता है और इसे $Z(A)$ के रूप में दर्शाया जाता है। A को यूनिटल कहा जाता है यदि कोई अद्वितीय तत्व मौजूद है, जिसे 1_A या केवल 1 के रूप में दर्शाया गया है, यदि संदर्भ स्पष्ट है, जैसे कि $1x = x1 = x$ सभी $x \in A$ के लिए। हम हमेशा मानेंगे कि दो यूनिटल F-बीजगणित-, A और के बीच समरूपता $B, 1_A$ को 1_B भेजें। कोई भी तुल्याकारिता $f : A \rightarrow B$, A के केंद्र को समाकृतिक रूप से B के केंद्र पर मैप करता है।[3]

एक F-बीजगणित A को एक विभाजन बीजगणित कहा जाता है यदि नक्शे $Lx : y \mapsto xy$ और $Rx : y \mapsto yx$ सभी अशून्य $x \in A$ के लिए विशेषण हैं। चूंकि हम परिमित-आयामी वेक्टर रिक्त स्थान के साथ काम कर रहे हैं, यह इसके समतुल्य है शर्त यह है कि A में कोई गैर-तुच्छ शून्य विभाजक नहीं है। F-बीजगणित A की व्युत्पत्ति एक

F-रैखिक नक्शा है $\delta : A \rightarrow A$, जो लीबनिज़ नियम को संतुष्ट करता है:

$$\delta(xy) = \delta(x)y + x\delta(y),$$

सभी के लिए $x, y \in A$.

3.1 चक्रीय बीजगणित

इस खंड में हम साहचर्य, केंद्रीय सरल बीजगणित के एक महत्वपूर्ण वर्ग को याद करते हैं जिसे चक्रीय बीजगणित कहा जाता है।

परिभाषा 3.1.1

L/F को ऑटोमोर्फिज्म σ द्वारा उत्पन्न गैलोइस समूह के साथ डिग्री n का एक चक्रीय क्षेत्र विस्तार होने दें। एक शून्येतर तत्व $a \in F \times$ चुनें और L -वेक्टर स्थान परिभाषित करें

$$(L/F, \sigma, a) := L \oplus Lz \oplus \dots \oplus Lz^{n-1},$$

जहां $\{1, z, \dots, z^{n-1}\}$ को $L/F, \sigma, a$ का मानक आधार कहा जाता है। हम नियमों के माध्यम से एक सहयोगी उत्पाद को परिभाषित करके $L/F, \sigma, a$ -एफ एक (हैं देते संरचना की बीजगणित

$$zl = \sigma(l)z \text{ और } z^n = a,$$

सभी $l \in L$ के लिए हम $L/F, \sigma, a$ को डिग्री n का चक्रीय बीजगणित कहते हैं।

रिमार्क 3.1.2

चक्रीय बीजगणित को आमतौर पर चक्रीय क्षेत्र विस्तार के बजाय 'etale F -बीजगणित L का उपयोग करके परिभाषित किया जा सकता है। हालाँकि, चूंकि हम इस पूरे थीसिस में विभाजन बीजगणित खोजने के बारे में चिंतित होंगे, हम केवल उस मामले पर विचार करेंगे जहाँ L एक क्षेत्र विस्तार है।[4]

केंद्रीय सरल बीजगणित के सिद्धांत में चक्रीय बीजगणित एक महत्वपूर्ण भूमिका निभाते हैं और उन पर अधिक गहन चर्चा कई पाठ्यपुस्तकों में पाई जा सकती है,

प्रमेय 3.1.4

(अल्बर्ट)। यदि L/F अभ्याज्य डिग्री का क्षेत्र विस्तार है तो $(L/F, \sigma, a)$ एक विभाजन बीजगणित है यदि और केवल यदि $a \in N_{L/F}(L \times)$ ।

प्रमेय 3.1.5

(वेडरबर्न)। यदि E/F डिग्री n का क्षेत्र विस्तार है और E/F एफ/एनएल/एफ (एल $\times$) में एक क्रम एन है तो $(L/F, \sigma, a)$ एक विभाजन बीजगणित है।

4. गैर-साहचर्य चतुर्धातुक बीजगणित

इस खंड में हम उस रचना को परिभाषित करेंगे जो इस थीसिस की प्रेरणा थी। हालांकि गैर-सहयोगी चतुष्कोणों का अध्ययन डिकसन द्वारा और बाद में एल्थोएन, हैनसेन और कुगलर द्वारा वास्तविकताओं पर किया गया था, उनमें से पहला व्यवस्थित अध्ययन वॉटरहाउस द्वारा किया गया था। वॉटरहाउस ने गैर-सहयोगी चतुष्कोणीय बीजगणित की निम्नलिखित परिभाषा दी।[5]

परिभाषा 4.1

एक गैरइकाई एक बीजगणित चतुष्कोणीय सहयोगी-, 4-आयामी एफद्व नाभिक जिसका है बीजगणित-घात वियोज्य क्षेत्र विस्तार L/F के बराबर है।

इस परिभाषा से शुरू करते हुए, वॉटरहाउस इन बीजगणितों का अधिक स्पष्ट लक्षण वर्णन करने में सक्षम था।

प्रमेय 4.2

F को एक क्षेत्र होने दें और L/F गैर ऑटोमोर्फिज्म तुच्छ- σ के साथ F का द्विघात वियोज्य क्षेत्र विस्तार हो। गैर-बीजगणित से रूप निश्चित बीजगणित चतुष्कोण सहयोगी है होती संरचना अंतरिक्ष-सदिश जिनमें हैं होते

$$L \oplus Lz,$$

और गुणन द्वारा परिभाषित

$$(x_0 + x_1z)(y_0 + y_1z) = (x_0y_0 + ax_1\sigma(y_1)) + (x_0y_1 + x_1\sigma(y_0))z,$$

सभी के लिए $x_i, y_i \in L$ और जहाँ $a \in L \setminus F$.

यह लक्षण वर्णन एक द्विघात वियोज्य क्षेत्र विस्तार के लिए केलीडिकसन दोहरीकरण प्रक्रिया की परिभाषा के समान है, जिसका उपयोग एक साहचर्य चतुर्धातुक बीजगणित के निर्माण के लिए किया जाता है। यहाँ केवल अंतर यह है कि गुणन की परिभाषा में तत्व F के बजाय बड़े क्षेत्र L से संबंधित है। इस प्रकार हम क्षेत्र विस्तार L/F से निर्मित गैर-सहयोगी चतुष्कोणीय बीजगणित को निरूपित करेंगे, जिसे गुणन (2.2) द्वारा दिया गया है। $(L/F, \sigma, \epsilon)$ । संदर्भ के लिए

हम गैर-सहयोगी चतुर्धातुक बीजगणित के बारे में मुख्य तथ्यों को याद करते हैं; मैं सभी प्रमाण मिल सकते हैं।[6]

प्रमेय 4.3

L/F को नॉनट्रिविअल ऑटोमोर्फिज्म σ के साथ एक वर्गिक अलग करने योग्य क्षेत्र विस्तार होने दें। सभी $a \in L \setminus F$ के लिए, गैर-साहचर्य चतुष्कोणीय बीजगणित $(L/F, \sigma, a)$ एक विभाजन बीजगणित है।

प्रमेय 4.4

मान लीजिए $A = (L/F, \sigma, a)$ और $B = (L_0/F, \sigma_0, b)$ F पर गैर-साहचर्य चतुष्कोणीय बीजगणित हैं।

तब

i. $A \cong B$ only if $L \cong L'$.

ii. यदि $L = L_0$ तो $A \cong B$ यदि और केवल यदि $a = N_{L/F}(b)$ या $\sigma(a) = N_{L/F}(b)$ कुछ $l \in L$ के लिए। प्रत्येक $l \in L$ एक अद्वितीय समरूपता उत्पन्न करता है A से B द्वारा दिया गया

$$x_0 + x_1 z \mapsto x_0 + x_1 l z \quad \text{or} \quad x_0 + x_1 z \mapsto \sigma(x_0) + \sigma(x_1) l z.$$

परिणाम 4.5

$A = (L/F, \sigma, a)$ एक गैर चतुर्धातुक सहयोगी-प्रत्येक हो। बीजगणित $l \in L$ के लिए जैसे कि $N_{L/F}(l) = 1$, नक्शा

$$x_0 + x_1 z \mapsto x_0 + x_1 l z$$

A का एक ऑटोमोर्फिज्म है। ये A के एकमात्र ऑटोमोर्फिज्म हैं जब तक कि कोई तत्व $l' \in L$, मौजूद न हो, जैसे कि $\sigma(a) = N_{L/F}(l')a$ । इस मामले में नक्शा

$$x_0 + x_1 z \mapsto \sigma(x_0) + \sigma(x_1) l' z$$

एक ऑटोमोर्फिज्म भी है।

प्रमेय 4.6

चलो $A = (L/F, \sigma, a)$ एक गैर-साहचर्य चतुर्धातुक बीजगणित हो। A की व्युत्पत्ति में प्रपत्र के सभी मानचित्र शामिल हैं

$$\delta(x_0 + x_1 z) = c x_1 z,$$

जहाँ $c \in L$ ऐसा है कि $c + \sigma(c) = 0$

5. गैर-साहचर्य बीजगणित: विभेदक ज्यामिति

अवक्रमणीय बीजगणित पर अवकलन अब तक एक मानक विषय है। यह क्रमविनिमेय बीजगणित पर अवकल कलन का सामान्यीकरण है। कार्यों के सी*-बीजगणित को गैर-अनुक्रमिक बीजगणित के साथ प्रतिस्थापित करना अनिवार्य रूप से गैर-अनुक्रमिक ज्यामिति का जन्म था। हालांकि कॉन्स के दृष्टिकोण का गणित पर काफी प्रभाव पड़ा है। भौतिकविदों ने इसके बजाय स्टैशेफ को "कोहोमोलॉजिकल फिजिक्स" कहने के लिए एक कोहोमोलॉजिकल दृष्टिकोण अपनाया।[7]

गैर-अनुसूचित ज्यामिति के अनुरूप आधुनिक गणितीय दृष्टिकोण एक औपचारिक कई गुना के लिए एक बीजगणितीय मॉडल के रूप में अंतर वर्गीकृत बीजगणित पर आधारित है। मुख्य अंतर (हमारी राय में), मोटे तौर पर बताए गए रूप में, यह है कि आदर्श वाक्य कार्यों को सामान्य बनाना नहीं है, बल्कि वेक्टर क्षेत्रों को, जैसा कि नीचे समझाया जाएगा। क्लासिकल डिफरेंशियल ज्योमेट्री स्पेस की धारणा पर बनी है: डिफरेंशियल मैनिफोल्ड्स। एक मोटा पदानुक्रम अंतरिक्ष, कार्य और वेक्टर क्षेत्र और अंतर रूप, कनेक्शन हैं।

बीजगणितीय ज्यामिति दूसरे स्तर एक पर (फंक्शन) शुरू करके विचार पर बीजगणित क्रमविनिमेय मनमाना है करती निर्माण का स्तर पहले फिर और है होती, एक स्थान का विकल्प इसका स्पेक्ट्रम है। एक स्पेस एफ़ाइन) एक जिसमें है जोड़ी एक पर तौर मोटे (वैरायटी इसक और स्पेस टोपोलॉजिकल के कार्यों का बीजगणित होता है।

विभेदक ज्यामिति और यांत्रिकी में बुनियादी अवधारणाओं के बीजगणित के लिए कुछ इसी तरह के दृष्टिकोण, भिन्नताओं की कलन के हैमिल्टनियन औपचारिकता पर ध्यान केंद्रित करते हुए, मैं भी जांच की गई है। इस तरह की योजना के निर्माण के लिए उपयोग किए जाने वाले कार्यों की अंगूठी को बदलने का विचार, एक लाई बीजगणित और अंतर के साथ लाई मॉड्यूल का एक परिसर, न केवल विविधताओं की गणना के लिए उपयुक्त माना जाता है, बल्कि इसके दूरगामी अनुप्रयोग भी हैं।[8]

शोध की एक अन्य संबंधित दिशा जिसका हमें उल्लेख करना चाहिए, में लूप और अर्धसमूह (आरामदायक सहचारिता) शामिल हैं। वेब ज्योमेट्री के साथ कनेक्शन के लिए।

इस पत्र में, हम एक (संभवतः) गैर-सहयोगी बीजगणित पर विचार करते हैं जो एक अतिरिक्त लाई बीजगणित संरचना $(A, \mu, [\cdot, \cdot])$ से संपन्न है, जिसे एक मरोड़ बीजगणित कहा जाता है और एक सहसंयोजक कलन परिभाषित किया गया है। एक मरोड़ बीजगणित इसके तत्वों की व्याख्या पर आधारित है क्योंकि इसके गुणन को एक कनेक्शन के रूप में व्याख्या किए गए वेक्टर क्षेत्रों के रूप में। उपरोक्त बीजगणित प्री-लाई बीजगणित को सामान्यीकृत करता है जो मरोड़ रहित मामले के रूप में होता है।

सिमेंटिक स्तर पर वेक्टर क्षेत्रों पर जोर देने की प्रेरणा के रूप में, हम दो स्रोतों का उल्लेख करते हैं। भौतिक समझ कॉन्फिगरेशन रिक्त स्थान के बजाय चरण रिक्त स्थान (पोइसन मैनिफोल्ड्स) पर विचार करने से विकसित हुई। इसके अलावा, वास्तविक लक्ष्य एक प्रणाली के विकास के स्थान को मॉडल करना है। दूसरी प्रेरणा पोइसन-ली समूह संरचनाओं और लाई बीजगणित के लाई बायलजेब्रा संरचनाओं के बीच पत्राचार है। इसके सार्वभौमिक आवरण वाले बीजगणित की मात्रा निर्धारित करने के बाद, किसी ने सदिश क्षेत्रों को विकृत कर दिया है, और इससे कार्यों के बीजगणित को पुनर्प्राप्त करने की अनुमति देने वाली प्रक्रिया सुविधाजनक होगी।[9]

पोइसन मैनिफोल्ड्स के विरूपण परिमाणीकरण में, कोई शास्त्रीय अवलोकनीय रखता है और हाइजेनबर्ग ब्रैकेट के लिए यांत्रिकी के नियमों को विकृत करता है। हम इस दृष्टिकोण को थोड़ा रुढ़िवादी मानते हैं क्योंकि क्वांटम भौतिकी का बुनियादी वैचारिक स्तर राज्यों की (ऑपरेटर) विकास उनके और (वेक्टर) है निहित में अवधारणाओं, जिसे ठोस विन्यास स्थान की आवश्यकता नहीं है। हमारे पुनर्निर्मित कार्य सदिश क्षेत्रों के दिए गए बीजगणित पर स्वाभाविक रूप से संचालक हैं। हम किसी दिए गए मरोड़ वाले बीजगणित पर स्थितियों की जांच करते हैं, जिससे उन कार्यों के बीजगणित का निर्माण करने की अनुमति मिलती है जिनकी व्युत्पत्ति लाई बीजगणित $(A, [\cdot, \cdot])$ बनाती है। फंक्शन बीजगणित का पुनर्निर्माण वास्तविक रेखा के सरल उदाहरण के लिए तत्काल है।

5.1 साहचर्य: एक बीजगणितीय या एक भ्रांति?

प्रश्न शुद्ध अलंकारिक है क्योंकि इस मूलभूत अवधारणा को जानने के लिए दोनों दृष्टिकोणों की आवश्यकता है। साहचर्य (बीजगणितीय दृष्टिकोण से) को वक्रता (ज्यामितीय दृष्टिकोण

से) या वर्गीकरण के माध्यम से एक मोनोइडल संरचना के रूप में व्याख्या किया जा सकता है (विफलता एक आकारिकी होने के लिए)।[10]

नामांकन पक्ष से, एक बीजगणित (A, μ) को एक कनेक्शन के साथ कई उदाहरणों के लिए बीजगणितीय मॉडल के रूप में व्याख्या करने का प्रयास करने का मुख्य कारण निम्नलिखित है। एक बीजगणित का रूप

$$\alpha(x, y, z) = \mu(\mu(x, y), z) - \mu(x, \mu(y, z)), \quad x, y, z \in A, \quad (5.1)$$

संक्षेप में $(xy)z - x(yz)$ के रूप में भी निरूपित किया जाता है, औपचारिक रूप से बाएं नियमित अर्धप्रतिनिधित्व की वक्रता है $L : (A, \mu) \rightarrow (\text{End}_k(A), \circ)$:

$$\alpha(x, y, z) = -(L(x)L(y) - L(xy))(z). \quad (5.2)$$

दरअसल, इनफिनिटिसिमल (लाई बीजगणित) स्तर पर, एक ही नक्शा एल, अर्ध-झूठ प्रतिनिधित्व एल के रूप में व्याख्या किया गया: $L : (A, [\cdot, \cdot]_A) \rightarrow (\text{End}_k(A), [\cdot, \cdot])$, परिभाषित करता है एक औपचारिक वक्रता K:

$$L([x, y]) \xrightarrow{K_{x,y}} [L(x), L(y)], \\ K(x, y) = [L(x), L(y)] - L([x, y]). \quad (5.3)$$

इसके अलावा, होशचाइल्ड क्वासिकॉम्प्लेक्स $(C^*(A), d_\mu)$ में अंतर d_μ में सहपरिवर्ती व्युत्पन्न के गुण होते हैं, उदाहरण के लिए, $d^2 \mu f = [\alpha, f]$ । इसके अलावा $\alpha = (1/2) [\mu, \mu]$ (वक्रता है बंद, यानी एक बियांची पहचान रखती है।

एक सामान्य नियम के रूप में, गैर-सहयोगिता के संदर्भ में, कार्रवाई की आवश्यकता को भी शिथिल करना स्वाभाविक है। [11]

अब, M पर A की एक क्रिया रूपवाद एक (प्रतिनिधित्व) $\rho : A \rightarrow \text{End}(M)$, और एक साहचर्य गुणन एक क्रिया है (प्रतिनिधित्व बाएं नियमित) $L : A \rightarrow \text{End}_k(M)$ । गैर-साहचर्य मामले में, हमें निम्नलिखित परिभाषा की आवश्यकता होगी।

परिभाषा 5.1

K क्वासिकॉम्प्लेक्स एक का ए पर एम में श्रेणी की मॉड्यूल- (प्रतिनिधित्व अप्रत्यक्ष), एक k नक्शा रेखिक- $L : A \rightarrow \text{End}_k(M)$ ।

एक अर्ध-कार्रवाई/प्रतिनिधित्व सामान्य अवधारणा की प्राकृतिक छूट है क्योंकि यह अंतर्निहित श्रेणी के रूपवाद पर विचार करने के लिए है, जरूरी नहीं कि अतिरिक्त संरचना को संरक्षित किया जाए, (उदाहरण के लिए, मोनोइडल ऑपरेशन के साथ आना)।

यह दृष्टिकोण अंतर ज्यामिति के स्थानीय पहलुओं का मॉडल करता है। वैश्विक सहयोगी को दृष्टिकोण (कोहोमोलॉजिकल) चाहिए देखना को, यानी, संरचना को संरक्षित करने के लिए एक 2-कोसाइकिल के रूप में अर्ध विफलता की प्रतिनिधित्व-तरह इस, अर्धप्रतिनिधित्व प्रक्षेप्य अभ्यावेदन का एक स्वाभाविक सामान्यीकरण है।[12]

अधिक सामान्य अभी भी, वर्गीकरण के माध्यम से, इस तरह के 2-चक्र चक्र को एक गैर में रूप के संरचना मोनोइडल सख्त-है सकता जा किया व्याख्या

$$L(xy) \xrightarrow{\alpha_{x,y}} L(x)L(y), \quad \sigma(x,y)(z) = -\alpha(x,y,z). \quad (5.4)$$

साहचर्य की इस व्याख्या को गैर और कोहोमोलॉजी अबेलियन-मोनोइडलश्रेणियों के कोहोमोलॉजी के बीच संबंध के परिप्रेक्ष्य से समझा जाना चाहिए। इस दृष्टिकोण को और सही ठहराने के लिए, और साथ ही ज्यामितीय व्याख्या पर जोर देने के लिए, याद रखें कि साहचर्य का उपयोग एक कनेक्शन के मोनोड्रोमी को मॉडल करने के लिए किया जा सकता है, जो KZ-समीकरणों एन्कोड को व्यवहार के समाधान के (फ्लैट संबंधित इसके या) श्रेणी मॉड्यूलर एक (कनेक्शन है। देता अनुमति की करने में।[13]

6. निष्कर्ष

हाल ही में, बॉयल और फार्नस्वर्थ ने गैर- साहचर्य ज्यामिति के लिए अलैन कोन्स के विचारों को गैर-कम्यूटेटिव ज्यामिति के सामान्यीकरण के लिए शुरू किया है। गेलफैंड-नाइमार्क प्रमेय क्रमविनिमेय सी * -अल्जेब्रा और स्थानीय रूप से कॉम्पैक्ट हौसडॉर्फ रिक्त स्थान पर अनन्तता पर गायब होने वाले निरंतर जटिल कार्यों के बीच एक स्पष्ट समानता स्थापित करता है, गैर-कम्यूटेटिव ज्यामिति के विकास के लिए प्रारंभिक बिंदु था, एक गैर-कम्यूटेटिव सी * को देखता है - बीजगणित कुछ (टोपोलॉजिकल) गैर-कम्यूटेटिव स्पेस का वर्णन करता है। कोई इसे साहचर्य C^* - अल्जेब्रास के सिद्धांत से C^* - अल्जेब्रास के गैर-साहचर्य सामान्यीकरणों जैसे C^* - वैकल्पिक बीजगणित या सामान्य JB^* - अल्जेब्रास तक विस्तारित करने पर विचार

कर सकता है और एक "गैर- साहचर्य ज्यामिति" विकसित कर सकता है।

संदर्भ

1. एचमेसन .बेल और जी .ई., (2015) रिंग्स-नियर (में व्युत्पत्तियों पर, उत्तर हॉलैंड मठ। स्टडी-, 137, 135-31
2. एअल्बर्ट .ए., (2000) पावर एसोसिएटिव रिंग्स-, ट्रांस। आमेर। गणित। समाज। 64, 552-593।
3. ए. बौआ, एल. ओखटाइट।, (2015) प्राइम नियर- रिंग्स पर व्युत्पन्न, इंटर। जे खुला। समस्या संगणना। विज्ञान गणित। 4 (2), 162-167।
4. रुडाकोव, (2002) गुप्स ऑफ ऑटोमोर्फिज्म ऑफ इनफिनिट डायमेंशनल सिंपल लाई-एल्जेब्रास, मैथ। यूएसएसआर इज़वेस्टीज।-3 (1969) 707-722।
5. एल. ओखटाइट और ए . मामौनी , (2016) जॉर्डन के आदर्शों पर कुछ बीजीय पहचान को संतुष्ट करने वाले व्युत्पन्न, अरब जे। मठ। 1 (3), 341-346।
6. एकोवरिक .वी. गौर और जेड .के., (2000) नॉर्मर्स ऑन यूनिटाइजेशन ऑफ बनच अलजेब्रा, प्रोक। अमेरिकी गणित। समाज। 117, 111-113।
7. अब्दुल्लाही, ए) .2012) 'डिटरमिनेंट ऑफ एडजेंसी मैट्रिसेस ऑफ ग्राफ्स', कॉम्बिनेटोरिक्स वॉल्यूम पर लेनदेन। 1 नंबर 4, 9-16।
8. एंडरसन, डी.डी., नसीर, एम) .2002) 'बेक्स कलरिंग ऑफ ए कम्यूटेटिव रिंग ', जे . बीजगणित 159, 500-514।
9. बरुआ, पी.पी., पात्रा, के) .2014) 'सम प्रॉपर्टीज ऑफ एनीहिलेटर ग्राफ ऑफ ए कम्यूटेटिव रिंग ', आईओएसआर जर्नल ऑफ मैथेमैटिक्स, वॉल्यूम। 10, अंक 5, देखें। चतुर्थ, 61 - 68
10. एंडरसन, डी) .एफ.2008) 'ऑन द डायमीटर एंड गर्थ ऑफ ए जीरो डिवाइजर ग्राफ-II', ह्यूस्टन जे मैथ। .34, 361 - 371।
11. अशरफ, एमऔर रहमान ., एन., (2000) ऑन जॉर्डन जनरलाइज्ड डेरिवेशनस इन रिंग्स, मैथ। जे ओकायामा यूनिवर्सिटी। 42, 7-9।

12. बर्डे, (2002) लाई अलजेब्रा प्रीडिरिवेशन्स एंड स्ट्रॉन्गली नाइलपोटेंट लाई अलजेब्रा , कॉम। बीजगणित, 30 (7), 3157-3175।
13. शेवाली, (2006) थ्योरी डेस ग्रुप्स डी लाइ , वॉल्यूम। II: समूह बीजगणित, वास्तविक विज्ञान। उद्योग।, नंबर 1152, हरमन, पेरिस, 1951; वॉल्यूम। III: प्रमेय जेनरॉक्स सुर लेस अलजेब्रेस डी लाइ , वास्तविकता विज्ञान। उद्योग। , नंबर 1226, हरमन, पेरिस।

Corresponding Author

Sandeep Kumar Namdeo*

Research Scholar, Shri Krishna University,
Chhatarpur M.P